Public Finance Research Papers (ISSN 2284-2527)

Dipartimento di Studi
Giuridici ed Economici

Sapienza
Università di Roma

Istituto di Economia e Finanza

Public Finance Research Papers

Progressivita' con Funzioni Continue

RUGGERO PALADINI

E-PFRP N. 51

2021

Ruggero Paladini

Sapienza Università di Roma

ruggero.paladini@uniroma1.it

Si prega di citare così: Ruggero Paladini (2021), **Progressività con funzioni continue,** *Public Finance Research Papers*, Istituto di Economia e Finanza, DSGE, Sapienza University of Rome, n. 51 (https://www.dsge.uniroma1.it/pubblicazioni/istituto-economia-e-finanza/public-finance-research-papers).

Ruggero Paladini

Progressività con funzioni continue

Abstract

In questo lavoro vengono presentate due imposte caratterizzate da uso di funzioni continue; la prima è l'Imposta complementare progressiva sul reddito in vigore dal 1923 al 1973, il cui nome deriva dal costituire un'integrazione dell'Imposta di ricchezza mobile, un'imposta a carattere reale, che si applicava cioè separatamente ai diversi redditi. La seconda è l'imposta personale sul reddito in Germania, in vigore da circa mezzo secolo. Verranno discusse diversi tipi di funzioni continue, per concentrarsi poi sui problemi di una ipotesi di sostituzione del sistema dell'Irpef con una funzione continua.

In this paper, two taxes characterized by the use of smooth continuous functions are presented; the first is the Progressive Complementary Income Tax in effect from 1923 to 1973. The second is the personal income tax in Germany, which has been in place for about half a century. Different types of continuous functions will be discussed, to then focus attention on the problems of a hypothesis of replacing the Italian personal income tax with a continuous function.

JEL classification codes: H24

1. Funzioni passate e presenti

Le imposte progressive di cinquanta anni fa avevano una struttura a scaglioni, e anche la nostra Irpef nacque con 32 scaglioni. All'epoca si conoscevano due imposte con funzioni continue; una era la citata Imposta complementare, l'altra l'Einkommensteuer tedesca, di cui si diceva avesse una progressività continua, con formula "complicata". In realtà le funzioni continue dell'imposta tedesca erano due, come vedremo.

L'imposta complementare progressiva sul reddito nacque nel 1923 (RDL 30 dicembre n. 3062) con le firme di Mussolini e De Stefani; l'imposta era prevista dal progetto di riforma (cui aveva collaborato Einaudi) presentata da Filippo Meda, un deputato del partito popolare, nel 1920. Con il successivo RDL del 19 febbraio 1925 venne fissata la funzione continua. Nella legge istitutiva si legge che "La scala delle aliquote è tale da assicurare una razionale, lieve ma continua progressività, evitando gli sbalzi tra scaglioni limitrofi – origine di giustificata lagnanza da parte dei contribuenti".

La funzione si applica dai redditi[1] a partire da 3.000 lire, stabilendo un'aliquota media secondo la seguente funzione:

(1) $$tme = 0{,}04186Y^{0{,}39637}$$

dove *tme* è l'aliquota media e *Y* la base imponibile. Per la verità applicando la funzione a 3000 si ottiene 1 (precisamente 1,000059) che però va interpretato come 1%, infatti la tabella del decreto che elenca, per molte pagine, le aliquote dell'imposta riporta 30 lire accanto al reddito di 3.000, 31,81 per 3.025 e così via. Le aliquote medie e marginali crescono lentamente ma linearmente[2]. L'aliquota massima è fissata al 10% per un milione di lire. Si tratta di una drastica riduzione rispetto al progetto Meda, dove l'imposta era ben più incisiva: 1% a 600 lire e 25% a 500.000.

La legge 18 Aprile 1962 n. 209 aggiornò la funzione, rendendola più incisiva,

[1] La base imponibile era costituita dal reddito familiare; soggetto d'imposta era il capo famiglia, cioè l'uomo. Anche l'Irpef inizialmente aveva questa caratteristica.

[2] L'aumento è di 0,12% per le aliquote medie e di 0,17% per quelle marginali, ogni 1.000 lire.

ed introducendo due distinte funzioni collegate:

(2) $tme = 0,023025Y^{0,5} – 0,0000472Y +0,00874$, $tme <,= 5$

(3) $tme = 0,06 + 0,02652(Y-5)^{0,5}$, $tme > 5$

dove Y è il reddito imponibile.

Le funzioni sono calcolate prendendo il milione di lire come unità. La componente negativa nella funzione (2) non serve ad esentare un livello minimo di reddito, ma a realizzare un andamento crescente più lento della curva dell'aliquota media. Il livello del reddito esente è assicurato dalla disposizione per cui "l'importo dovuto a titolo d'imposta non può superare, in alcun caso, la differenza tra il reddito complessivo determinato ai sensi degli articoli precedenti e la somma di lire 720.000". Quindi fino a questa somma l'imposta è nulla; a 721.000 l'imposta sarà di mille lire, e non 20.373 come calcolato dalla funzione (2). La funzione, quindi, determinerà l'imposta solo dopo 742.142 lire (a questo reddito l'imposta è 22.142), quando l'imposta diviene minore della differenza rispetto a 720.000.

A differenza della Complementare, che stabilisce l'aliquota media, in Germania le formule delle funzioni continue determinano direttamente l'ammontare dell'imposta; l'aliquota media è ovviamente calcolabile dividendo l'imposta per il reddito.

La forma generale delle funzioni è

(4) $T = (A(Y-B)/C +D)(Y-B)/C +E$

dove T è l'imposta, Y reddito imponibile, A, B, C, D, E parametri in euro.

Es. (Einkommensteuer 2020): A=980,14; B=9.168; C=10.000; D=1.400; E=0 nella prima funzione

A=216,16; B=14.254; C=10.000; D=2.397; E=965,58 nella seconda funzione

I B costituiscono gli estremi della prima funzione.

Caratteristica delle funzioni tedesche è di avere l'aliquota marginale che cresce linearmente. Questa è, probabilmente, la ragione per cui si usa ricorrere a due funzioni collegate, con la seconda che riduce la velocità di crescita dell'aliquota marginale della prima. Le funzioni tedesche appaiono esteticamente non attraenti, anche se l'aliquota marginale non presenta un salto come accade con la nostra complementare del 1962 (si veda più avanti).

2. Diverse proposte[3]

Estévez Schwarz e Sommer (2018) elencano quattro tipi di funzioni di *smooth tax function*: razionale, esponenziale, arco tangente, tangente iperbolica (queste ultime due trigonometriche)[4].

Né la complementare né la tedesca rispondono ai criteri di Schwarz e Sommer, perché non tendono ad una aliquota finita.

La funzione razionale di base, di cui si servono, è la

(5) $tme = a(Y\text{-}X)/(Y\text{-}K)$

dove a è l'aliquota massima, X il reddito esente, K un parametro, che contribuisce a definire la curvatura della funzione. Tale funzione può essere definita come funzione fratta, dato che la (5) viene chiamata (considerando *tme* come incognita) equazione frazionaria, o fratta, di primo grado.

Se eleviamo Y (sia al numeratore che al denominatore) per uno stesso numero, otteniamo una curva con aliquote medie più alte se il numero è maggiore dell'unità, minore nel caso contrario.

Tutte e tre le funzioni tendono comunque ad a (es. 50%), rispecchiando quindi il criterio di Estévez Schwarz e Sommer.

Ad esempio nella Tavola 1 abbiamo:

I $tme = 0{,}5(Y\text{-}10.000)/(Y\text{+}30.000)$

II $tme = 0{,}5(Y^{1,03}\text{-}10.000)/(Y^{1,03}\text{+}30.000)$

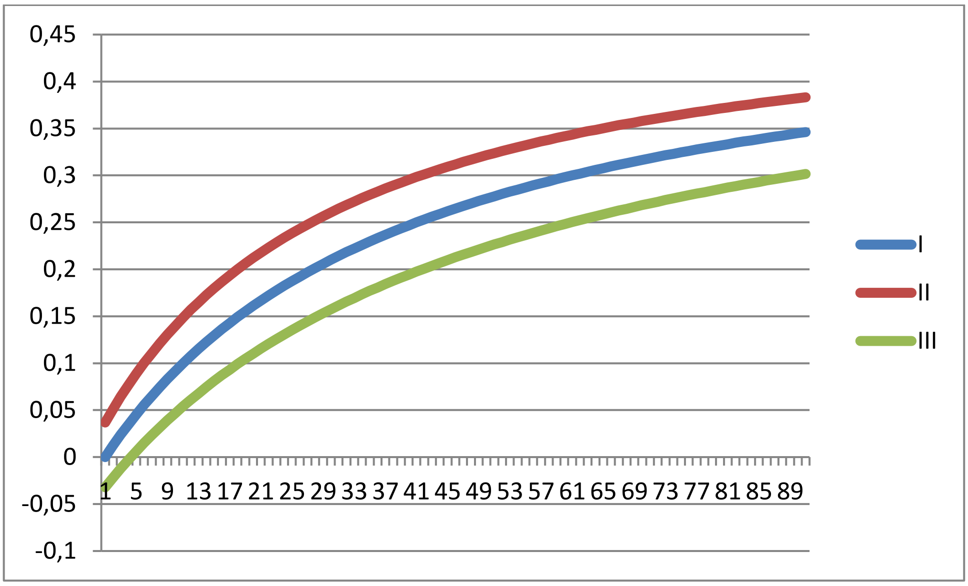
III $tme = 0{,}5(Y^{0,97}\text{-}10.000)/(Y^{0,97}\text{+}30.000)$

---

[3] Gastaldi-Salvemini (2006) hanno formulato un'ipotesi di adozione del sistema tedesco per la nostra Irpef. Visco (2019) accenna all'ipotesi di adottare una funzione continua, e Longobardi, Pollastri e Zanardi (2020) presentano un'ipotesi che verrà discussa più avanti.

[4] La quinta, chiamata dagli autori composita, è $tme = 0{,}5^{(K\text{-}X)/(Y\text{-}X)}$. Su una particolare caratteristica di questa funzione si tornerà in sede di considerazioni finali.

Tavola 1 Tre diverse funzioni fratte



Redditi 9.000-100.000

Se poniamo X = 0[5], dal prodotto della (5) per *Y* si ottiene l'aliquota marginale

(5') $tmg = tme(Y+2K)/Y+K)$

la differenza assoluta tra le due aliquote è

(5'') $tmg - tme = tme\ K/(Y+K)$

mentre quella relativa è

(5''') $(tmg-tme)/tme = K/(Y+K)$

La differenza relativa è quindi sempre decrescente, mentre quella assoluta presenta un andamento prima crescente ma poi decrescente.

Le formule nel caso di *X* maggiore di zero sono più complicate, ma anche in questo caso la differenza assoluta tra le due aliquote ha un andamento a campana, mentre quella relativa è decrescente.

Vediamo come si può approssimare le funzioni tedesche e della complementare con un tipo di funzioni fratte.

Funzioni tedesche

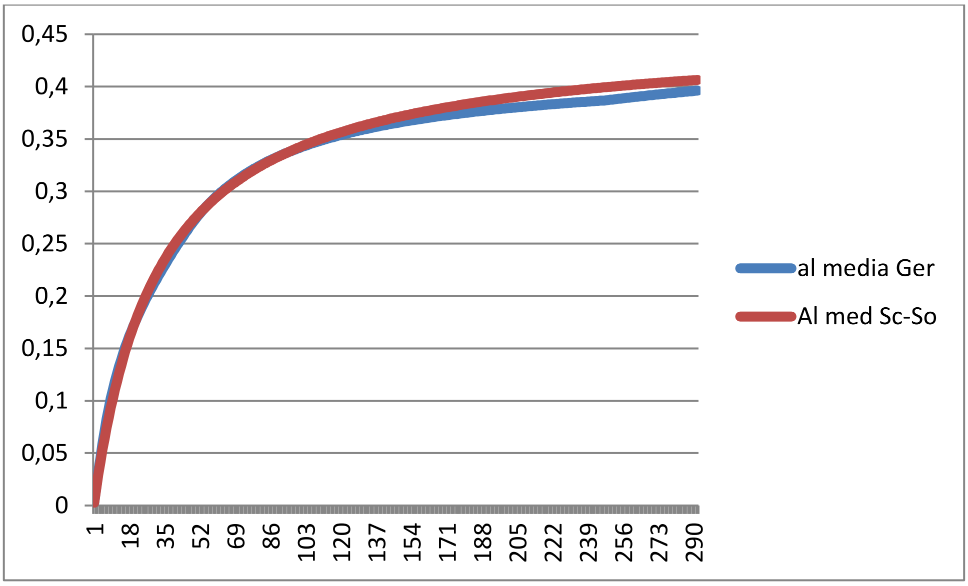
[5] Il minimo viene assicurato con una detrazione fissa che non influenza l'aliquota marginale.

Cominciamo con le funzioni tedesche. Estévez Schwarz-Sommer propongono la funzione

(6) *tme = 0,45(Y-9168)/(Y+22433)*

che, come si vede dalla Tavola 2, ha un buon grado di accostamento alla funzione tedesca con i valori della (4)[6] , con l'aliquota che diviene più alta dopo i 120.000.

Tavola 2 aliquote medie

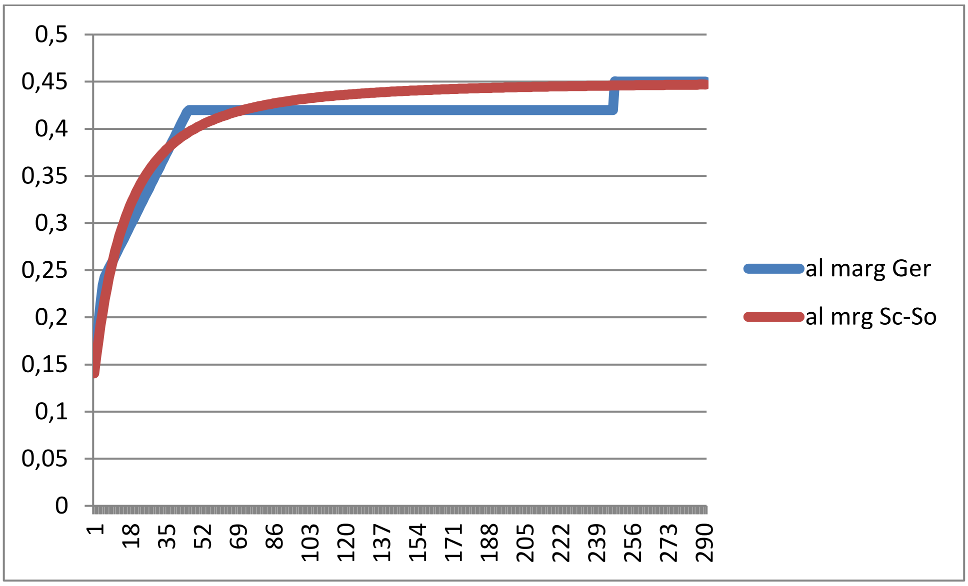


Redditi 9.000-300.000

Per quanto riguarda le aliquote marginali l'accostamento è necessariamente meno buono:

[6] Le tavole 2, 3, 4 e 5 vanno da 9.000 a 100.000. Sono considerati contribuenti *single*.

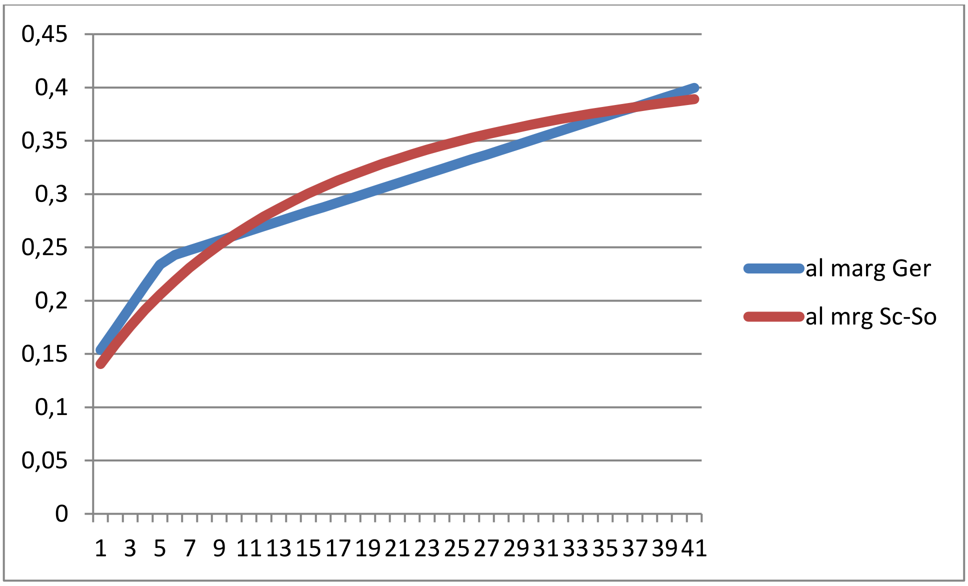
Tavola 3 Aliquote marginali



Redditi 9.000-300.000

La ragione è chiara: le funzioni tedesche hanno aliquote marginali che crescono linearmente, in modo più accentuato con la prima funzione e meno con la seconda, come si può notare restringendo il grafico nell'intervallo 9.000-50.000

Tavola 3bis Germania aliquote marginali



Redditi 9.000-42.000

Dopo i 54.000 euro il sistema tedesco passa ad uno scaglione al 42%, e con un secondo scaglione dopo i 256.000 l'aliquota marginale scatta al 45%. In sostanza (Tavola 3) le rette diventano orizzontali. La funzione fratta di Schwarz-Sommer ha invece una curva *smooth*[7] sia dell'aliquota media che di quella marginale, che tende al 45%, quasi raggiunto a 300.000 (44,7%).

Altra variante della funzione fratta ottengono risultati simili, ma non migliori, sempre con la differenza nell'accostamento delle aliquote medie rispetto a quelle marginali.

Funzione complementare

Si è accennato all'inizio che la Complementare del 1962 è caratterizzata da due funzioni continue, una fino a 5 milioni di lire e l'altra dopo. Come si vede dal grafico[8], sia dell'aliquota media che, in modo più chiaro, dall'aliquota marginale, si crea una spezzata nell'andamento dell'aliquota media ed un salto d'imposta in quello dell'aliquota marginale. In questo caso la funzione fratta che si avvicina di più alla Complementare è

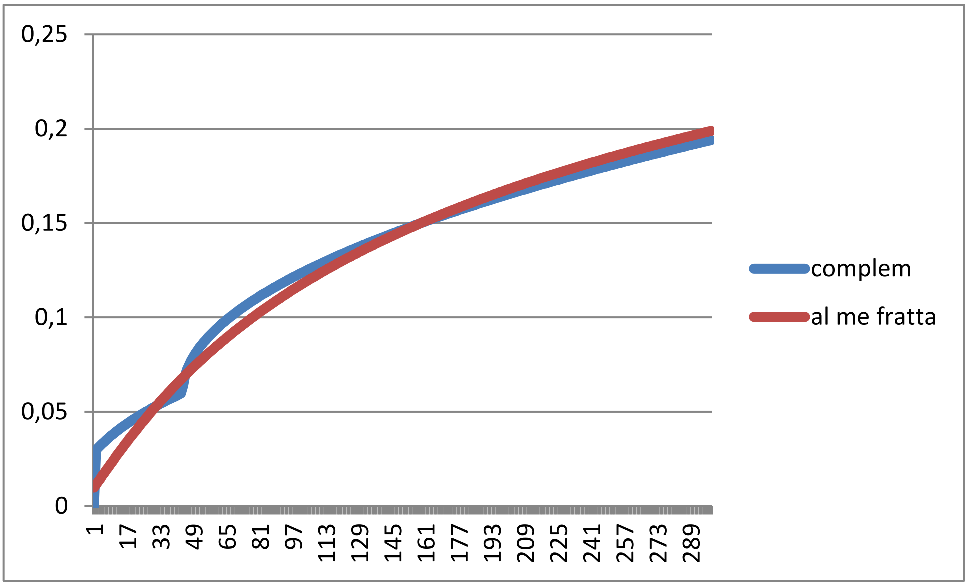
$$tme = 0{,}12Y^{1{,}22}/(Y^{1{,}01}+7{,}5)$$

con una differenziazione tra i due esponenti cui viene elevato il reddito al numeratore ed al denominatore[9].

---

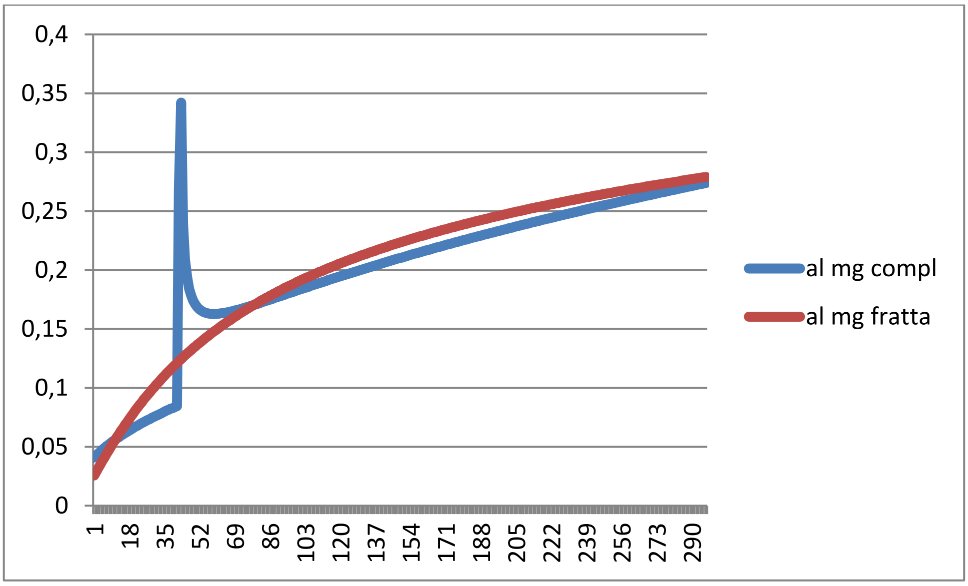
[7] *Smooth Income Tax Schedules* è il titolo dell'articolo.
[8] Nel grafico si inizia da 720.000 e si incrementa il reddito di 100.000 lire fino a 300 milioni.
[9] La differenziazione degli esponenti fa sì che l'aliquota marginale non tenda più ad un limite finito. Sul tema si tornerà più avanti.

Tavola 4 Aliquote medie



Redditi 0,720-300 milioni di lire

Tavola 5 Aliquote marginali



Redditi 1 milione-300 milioni di lire

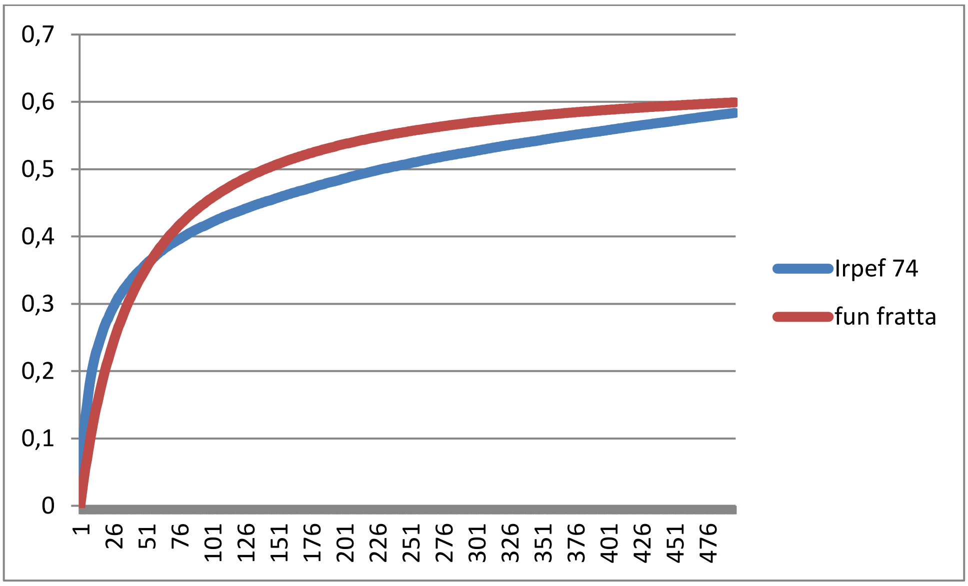
L'Irpef nasce nel 1974, assorbendo sia la Complementare che la Ricchezza Mobile; è caratterizzata da 32 scaglioni[10], con aliquote che partono dal 10% e arrivano a 72% oltre i 500 milioni di lire. Si è provato ad applicare una funzione come la (5), del tipo

$$tme = 0{,}65(Y\text{-}4)/(Y+38)$$

l'accostamento delle curve delle aliquote medie è abbastanza buono, meno quello delle marginali. D'altra parte, aumentando il coefficiente oltre 0,65 avrebbe peggiorato l'accostamento. Ma il problema principale è che fino a 58 milioni l'aliquota media della funzione fratta è più bassa; in sostanza sulla quasi totalità dei contribuenti grava un'imposta minore, e certo il fatto che sia maggiore dopo i 58 non recupera il gettito. In sostanza non vi è una, sia pur approssimativa, parità di gettito.

Il tentativo di elevare a potenza, anche differenziando i coefficienti, non ha dato migliori risultati.

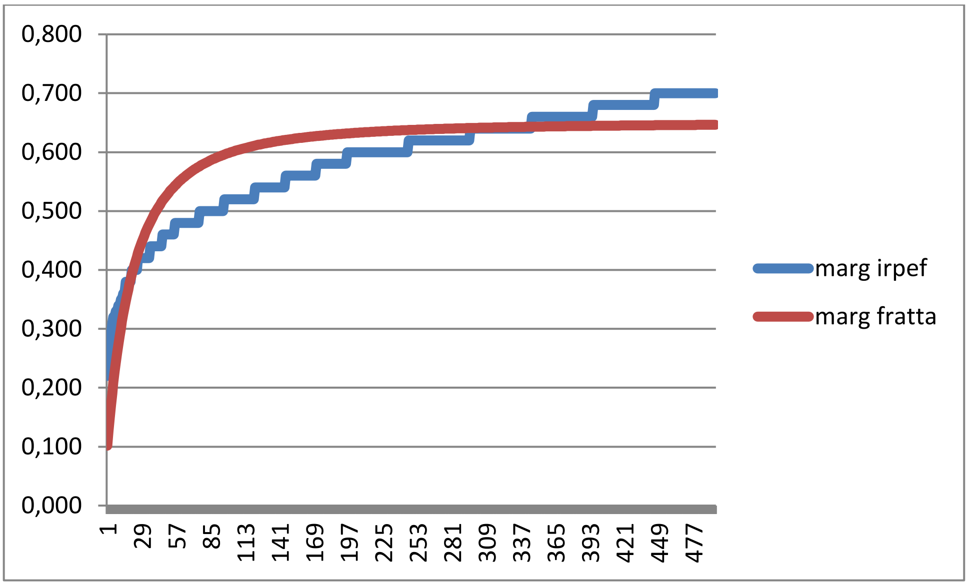
Tavola 6   Aliquote medie



Redditi 1 milione-500 milioni di lire

[10] L'imposta è caratterizzata da un livello modesto di detrazioni: 36.000 lire per tutti, altrettanti per i dipendenti e pensionati e per il coniuge; molto limitate quelle per i figli.

Tavola 7 Aliquote marginali



Redditi 1 milione-500 milioni di lire

Funzione a elasticità costante netto - lordo

Longobardi, Pollastri, Zanardi (2019) propongono una funzione (LPZ) caratterizzata dalla costanza dell'elasticità tra reddito netto e reddito lordo. Un'imposta proporzionale ha un'elasticità pari all'unità, un'imposta progressiva ha un'elasticità minore dell'unità. La funzione LPZ ha un'aliquota media determinata da due soli parametri: il livello di reddito esente $Y°$ e dell'elasticità $ß$:

(7) $tme = (1-(Y/Y°))^{ß-1}$

La funzione è elegante anche se, con due soli parametri, soffre di una certa rigidità.

Anche questa funzione non ha aliquote medie e marginali che tendono ad un limite finito (analogamente alle funzioni della imposta complementare e della Einkommensteuer tedesca), per cui, giunti ad un'aliquota marginale massima, la funzione si deve fermare.

L'aliquota media, come è facile immaginarsi, è molto sensibile al valore dell'elasticità *ß*, per cui una variazione, negativa, dell'elasticità (cioè un'accentuazione della progressività), determina un aumento dell'aliquota media:

$$\Delta tme = \ln(Y/K°)(Y/K°)^{ß-1}\Delta ß$$

L'effetto è tanto maggiore quanto più alto è il reddito *Y*. A maggior ragione il fenomeno si verifica per l'aliquota marginale.

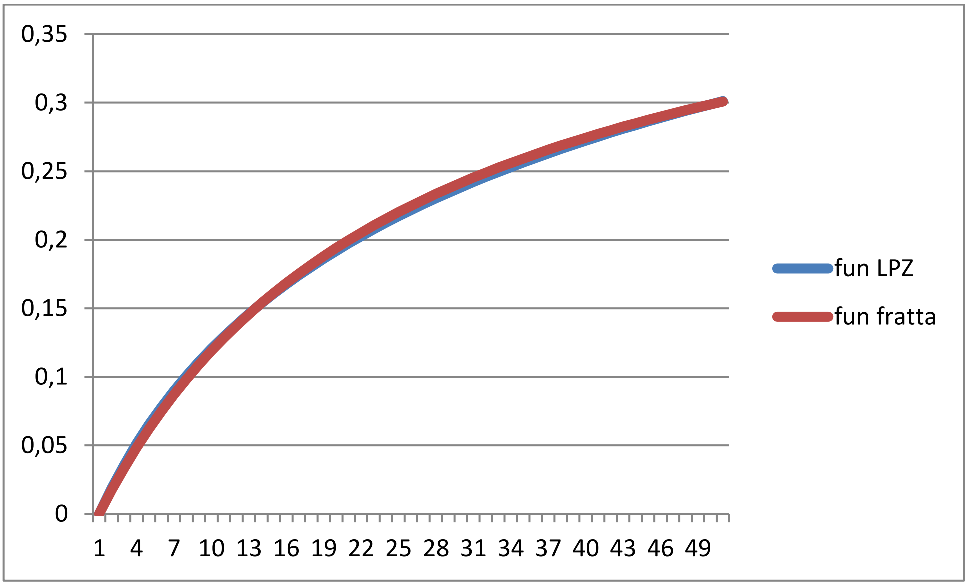
La funzione fratta può replicare con notevole grado di accuratezza l'andamento dell'aliquota media, ma deve differenziare gli esponenti cui vengono elevati il reddito del numeratore e del denominatore, ed aggiungere una detrazione; quindi, i parametri sono cinque[11]. Anche in questo tipo di funzione le aliquote non tendono ad un limite finito. Come esempio consideriamo la funzione LPZ: $tme = (1-(Y/10.000))^{0,8-1}$

nonché la funzione fratta

$$tme = 0,47Y^{1,1}/(Y^{1,065}+25.000) - 0,273$$

con un reddito esente di 10.000 ed estensione fino a 60.000.

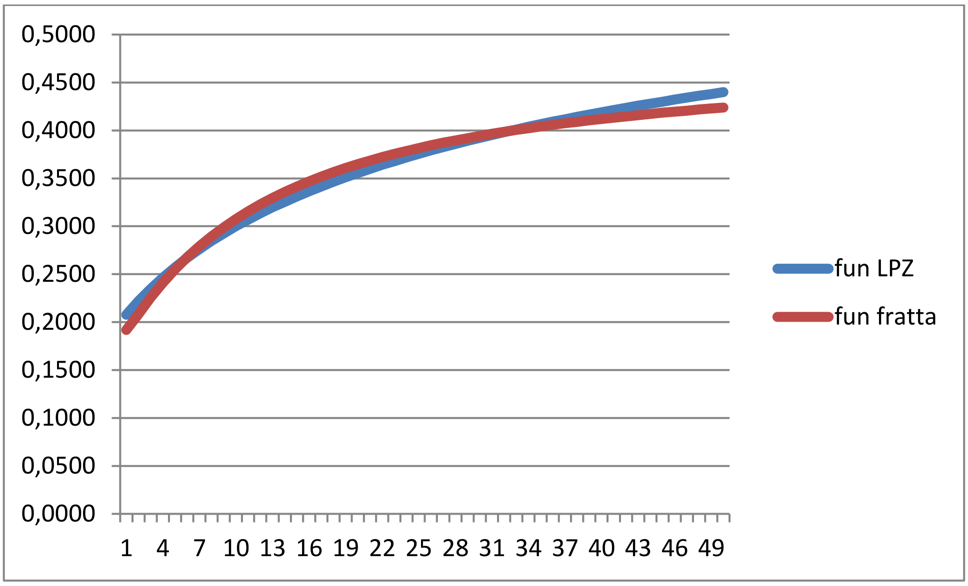
Tavola 8 Aliquote medie



Redditi 1.000-50.000

[11] Si può anche considerare la differenza tra i due esponenti di *Y* come un unico parametro (nell'esempio del testo 1,1-1,065), ma in realtà aumentando o diminuendo gli esponenti in uguale misura si ottengono risultati leggermente diversi. Lo stesso accade anche se la variazione è proporzionale.

Tavola 9 Aliquote marginali



Redditi 1.000-50.000

Funzione Saporito

Partiamo da una funzione dell'aliquota media come la

(8) $tme = a(1\text{-}X°/Y)$

la (8) sembra null'altro che una semplificazione della funzione fratta (5), in cui manca il parametro *K*. La (8) non è poi altro che l'aliquota media di una funzione "flat rate" ben nota:

(8') $T = a(Y\text{-}X°)$

Attenzione, tuttavia, a cosa accade con la variante proposta dall'ing. Cosimo Saporito (2000); egli eleva la parentesi con un coefficiente maggiore dell'unità, trasformando la (8) nella

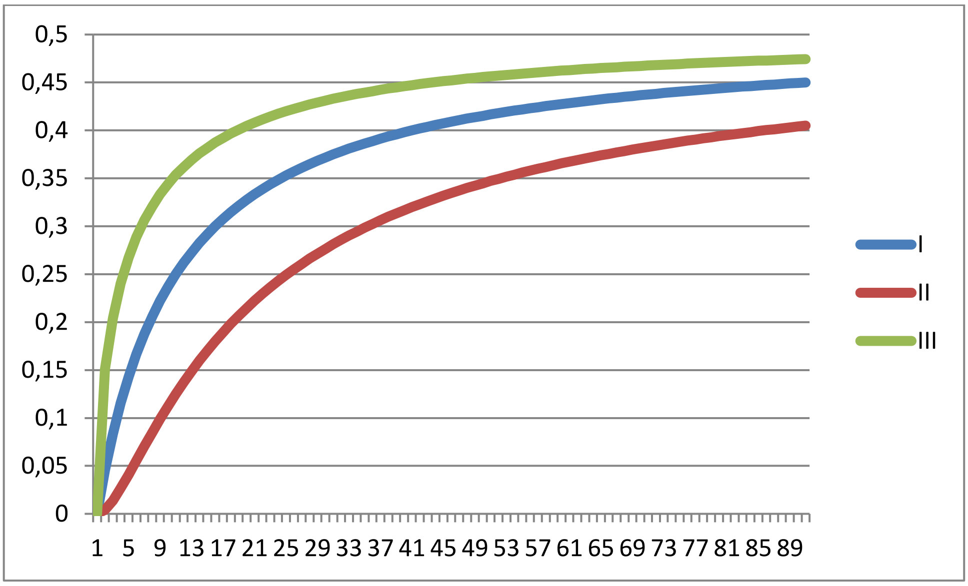
(9) $tme = a(1\text{-}X°/Y)^b,\ b>1$

Da notare la differenza rispetto al caso in cui, nella funzione fratta come la (5), il reddito *Y*, sia al numeratore che al denominatore, viene elevato ad un numero maggiore dell'unità. La curva dell'aliquota media si sposta verso l'alto, anche se l'aliquota massima d'equilibrio rimane sempre la stessa. In questo caso invece accade il contrario: la curva delle aliquote si abbassa; si considerino le curve delle tre funzioni:

I $0{,}5(1\text{-}10.000/Y)$, II $0{,}5(1\text{-}10.000/Y)^2$, III $0{,}5(1\text{-}10.000/Y)^{0,5}$

Lo scarto percentuale delle aliquote delle due curve I e II è sensibile a livello bassi di reddito (quindi quando X°/Y è una percentuale alta), poi si riduce al crescere del reddito. Nel caso invece della III si verifica l'opposto.

Tavola 10 Aliquote medie



Redditi 1.000-100.000

Non è necessario mostrare le aliquote marginali; quelle della I è ovviamente costante a 50%; quella della II inizialmente ha valori più bassi (nell'esempio sul 28%) ma poi salgono e superano il 50%; il contrario accade ovviamente con la III, con l'aliquota marginale che parte da valori sull'80% ma poi tende progressivamente verso il 50%.

La funzione Saporito si caratterizza quindi con tre parametri, l'aliquota massima tendenziale *a*, il reddito esente *X°*, e il valore di *b*, l'esponente a cui si eleva la funzione[12].

3. Due strategie per l'Irpef

Il tema di una revisione dell'Irpef, nell'ambito di una più generale riforma del sistema tributario, è da tempo nell'agenda di governi e forze politiche. La struttura dell'imposta è in sostanza ancora quella delineata nella finanziaria 2007, anche se alcune significative modifiche sono intervenute. Sono state modificate le detrazioni per i lavoratori dipendenti e quelle per i pensionati, sono usciti i dividendi azionari e gli affitti delle abitazioni dall'Irpef e usufruiscono di una tassazione secca, e lo stesso vale per una significativa fetta del lavoro autonomo (regime forfettario).

Anche nell'ambito del lavoro dipendente premi di produzione e forme di welfare aziendale usufruiscono di tassazione agevolata o di vera e propria esenzione. Ma, a parte la base imponibile, l'elemento più significativo, che ha alterato maggiormente il profilo dell'imposta, è il bonus "80 euro", poi da luglio 2020 "100 euro" con la recente modifica introdotta all'inizio dell'anno e adesso confermata. Il bonus, infatti, anche se formalmente fino a 28.000 mantiene la caratteristica di un trasferimento monetario, mentre in seguito è una detrazione decrescente, è strettamente integrato nell'Irpef.

Il fatto che si abbia diritto al bonus appena l'imposta (riferita al solo reddito da lavoro) diventa positiva fa sì che dopo gli 8.147[13] euro di imponibile, il lavoratore (se ha lavorato per tutto l'anno) abbia diritto agli integrali 1.200. Il risultato ovviamente sta determinando un vuoto delle remunerazioni (comprensive dei contributi a carico dei lavoratori) vicine ma sotto i 9.000.

L'estensione fino a 28.000 del bonus ha eliminato l'aliquota marginale implicita tra 24.600 e 26.600 (inizialmente da 24.000 a 26.000), complessivamente un'aliquota sull'80%, ma l'ulteriore detrazione da 28.000 a 40.000 ne ha create due dopo i 28.000. Infatti, la nuova detrazione scende da 100 a 80 da 28.000 a 35.000 di reddito, per poi estinguersi a 40.000. Mentre la prima aliquota implicita è del 3,43%, la seconda è del 19,2%. Entrambe si

[12] A sua volta *b* può essere funzione di altre variabili. Chi fosse interessato può rivolgersi a cosimo.saporito@gmail.com, per ricevere il manoscritto.
[13] A 8.147 l'imposta è positiva, ma minore di 50 centesimi; quindi, secondo le regole dell'Agenzia delle entrate l'imposta è azzerata.

aggiungono all'aliquota marginale complessiva di 38% (aliquota formale) +3,62% (dovuta alla diminuzione della detrazione).

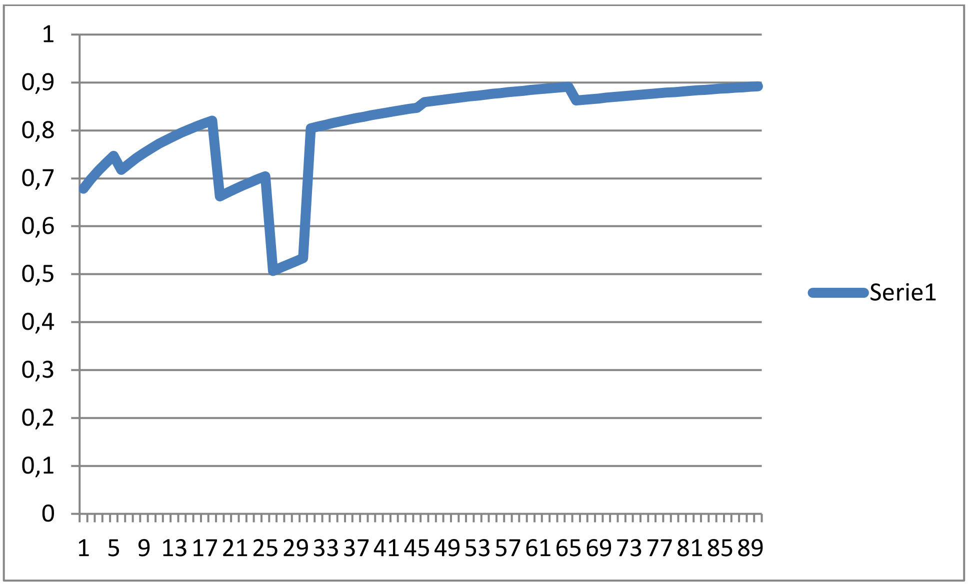
In sostanza la forte attenuazione della spezzata (a 15.000) della detrazione per lavoratori dipendenti ha creato due aliquote implicite; la prima da 8.147 a 28.000 (4,51%) e la seconda da 28.000 a 55.000 (3,62%). Non considerando quelle di natura familiare e le addizionali territoriali, la struttura delle aliquote marginali per un lavoratore dipendente, che lavori tutto l'anno, è la seguente:

da 0 a 8.147	0
da 8.148[14] a 15.000	27,51
da 15.001 a 28.000	31,51
da 28.001 a 35.000	45,05
da 35.001 a 40.000	60,82
da 40. 001 a 55.000	41,62
da 55.001 a 75.000	41
75.001 in poi	43

Ovviamente l'argomento in difesa di detrazioni decrescenti e bonus consiste nella diminuzione del prelievo netto per i lavoratori a reddito basso e medio (da 8.148 a 40.000). Vediamo però la conseguenza sull'elasticità del reddito netto (variazione percentuale del reddito netto rapportata a quella del reddito lordo), la quale, secondo buoni criteri impositivi, dovrebbe avere un andamento il più possibile "liscio" (*smooth*), se non proprio costante. Con riferimento al lavoratore di cui sopra, l'elasticità del reddito netta è la seguente:

[14] A 8.148 c'è una forte aliquota negativa dovuta all'improvviso reddito del bonus dipendenti da 1.200 euro annui. Da 8.148 a poco oltre (in base ad eventuali altre detrazioni spettanti) c'è però anche un'aliquota elevata dovuta all'improvviso pagamento delle addizionali, non dovute se non è dovuta l'Irpef.

Tavola 11 Elasticità del reddito netto Irpef+bonus



Redditi 9.000-100.000

Da notare che l'elasticità è calcolata da 9.000 a 100.000, per evitare la complicazione del salto dovuto al bonus, nullo a 8.000 e pieno a 9.000, che introduce una tale discontinuità dell'elasticità da appannare gli andamenti successivi, che invece danno una chiara idea di quanto (non) sia liscia la "curva" dell'elasticità del reddito netto. Il problema dei redditi 1000-13.000 sarà affrontato più avanti.

Va ricordato che queste aliquote riguardano il lavoratore senza carichi familiari, quindi senza detrazioni (anch'esse leggermente decrescenti) e senza assegni al nucleo familiare, sensibilmente più decrescenti (quindi con ulteriori aliquote marginali implicite).

In confronto a questa struttura a campana quella dei pensionati è sintetizzabile in (quasi) quattro scaglioni:

da 0 a 8.000	0
da 8.008 a 15.000	31,33
da 15.001 a 28.000	30,24

da 28.001 a 55.000 41,24

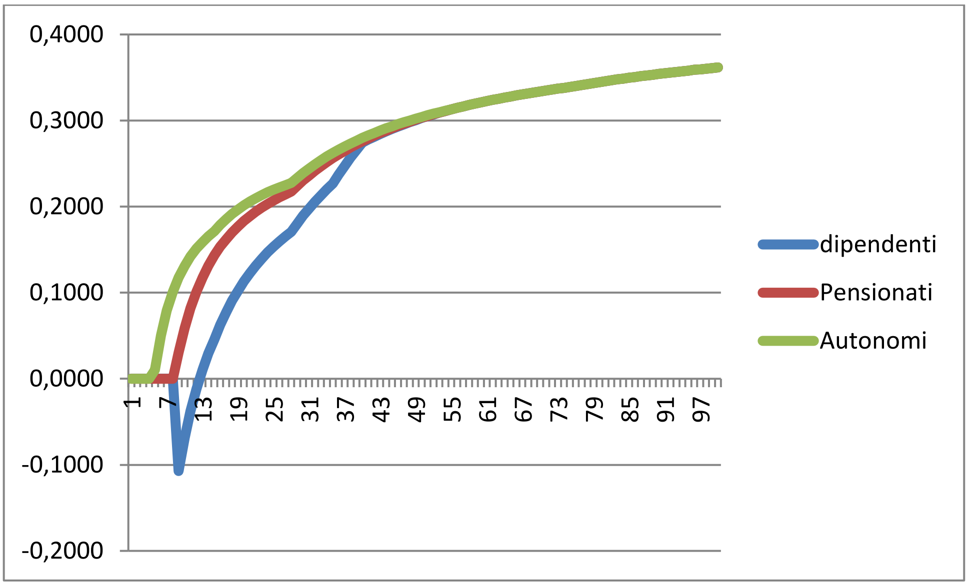
da 55.001 a 75.000 41

75.001 in poi 43

La ragione dipende dalla equiparazione della detrazione a quella dei lavoratori dipendenti, ma lasciando la spezzata a 15.000. L'equiparazione è stata quindi solo formale.

Per gli autonomi a contabilità semplificata (che siano rimasti nell'Irpef e non abbiano optato per l'imposta al 15%) la struttura è più simile a quella formale con le cinque aliquote (23, 27, 38, 41, 43), in cui le prime tre aliquote sono aumentate di 2,2 punti percento per via della detrazione di 1.104 linearmente decrescente da 4.800 a 55.000. Le aliquote effettive sono in realtà tre e mezza (43% leggermente maggiore di 41,24-41).

Tavola 12 Aliquote medie Irpef

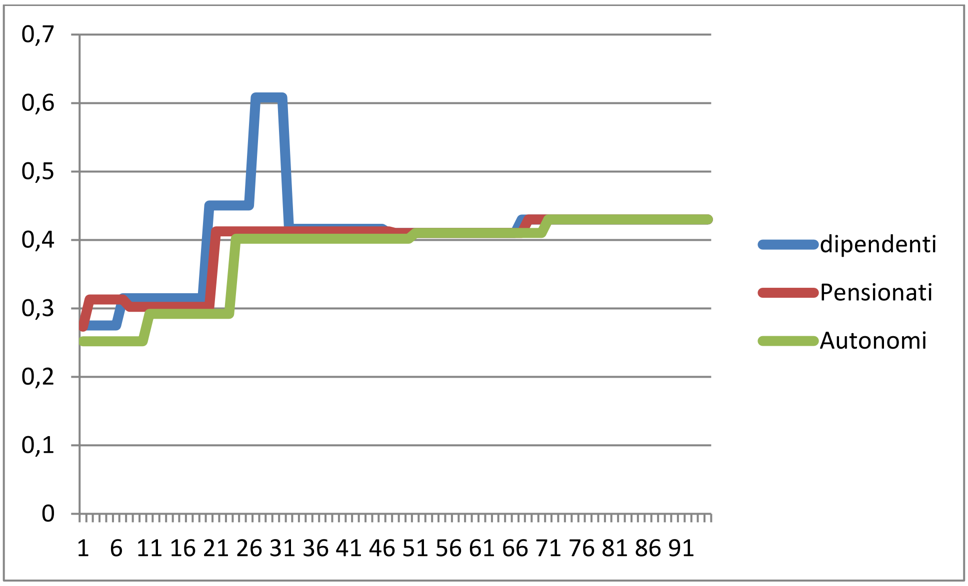


Redditi 1.000-100.000

Come si vede, le aliquote medie tendono a convergere dopo i 55.000, quando, alla fine del terzo scaglione, terminano le detrazioni per tipologia di reddito.

Proprio perché le aliquote medie tendono a convergere, ad aliquote medie più basse corrispondono aliquote marginale più alte, che si unificano dopo i 55.000.

Tavola 13 Aliquote marginali Irpef



Redditi 1.000-100.000

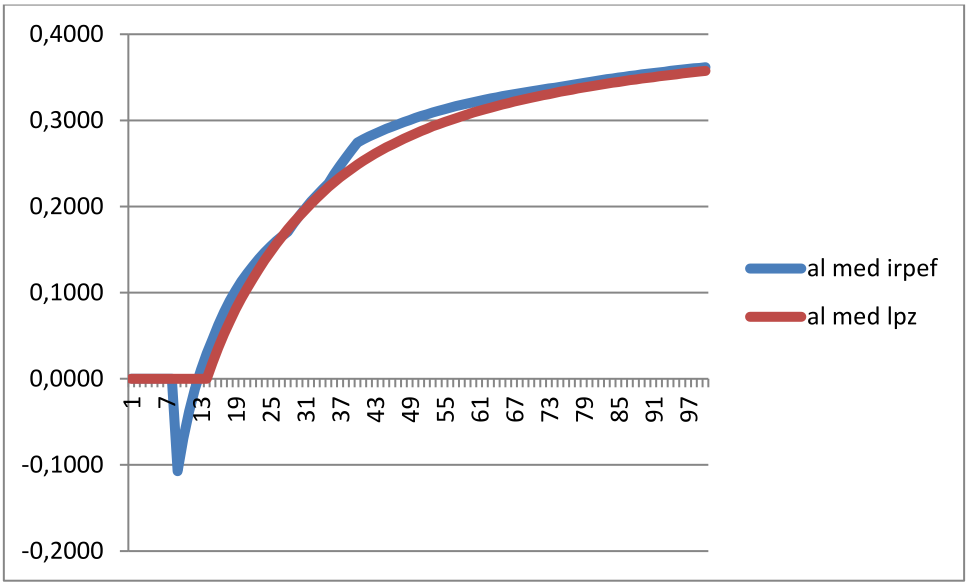
Se si vuole riformare l'Irpef introducendo un sistema di funzioni continue, il problema è dato dalle aliquote medie e marginali dei lavoratori dipendenti, dato che quelle dei pensionati e degli autonomi sono più vicine tra di loro e offrono meno difficoltà. Inoltre, è evidente che la fascia critica è quella fino a 55.000 euro, nella quale, peraltro, si collocano la grande maggioranza dei contribuenti.

I° strategia: tre funzioni distinte

Longobardi-Pollastri-Zanardi optano per differenziare la funzione LPZ per i tre gruppi di contribuenti. Per i lavoratori dipendenti abbiamo $tme = 1-(Y/14000)^{0,725-1}$

La funzione si ferma a 33.000, reddito al quale l'aliquota marginale raggiunge il 43% e l'aliquota media arriva a 21,01% (quella attuale è 21,32%)

Tavola 14 Aliquota media vigente e funzione LPZ



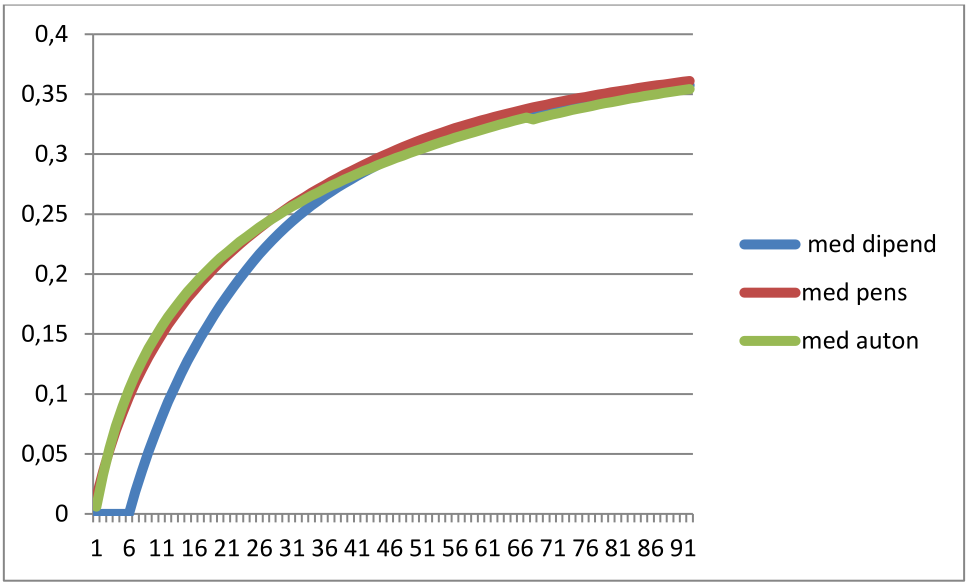
Redditi 1.000-100.000

Come si può notare, a livello di redditi bassi, quando scatta il bonus 100 euro, la funzione LPZ elimina la fascia in cui l'aliquota media è negativa per i lavoratori (quelli tra 8.147 e 12.500). Nella fascia 26.000-33.000 le curve si sovrappongono, (anzi a 28.000 e 29.000 l'aliquota LPZ è leggermente superiore), mentre nella fascia 34.000-50.000 l'aliquota media LPZ è significativamente inferiore.

Non si riportano i confronti tra le aliquote medie vigenti per pensionati ed autonomi[15], dove non sussistono i problemi presenti invece per i lavoratori dipendenti; si riportano invece le tre aliquote medie della funzione LPZ.

[15] La funzione dei pensionati ha elasticità lordo-netto 0,818, reddito minimo esente a 7.400 e si ferma a 54.000. quella degli autonomi ha elasticità 0,851, minimo a 4.900 e si ferma a 71.500.

Tavola 15 Le tre aliquote medie LPZ

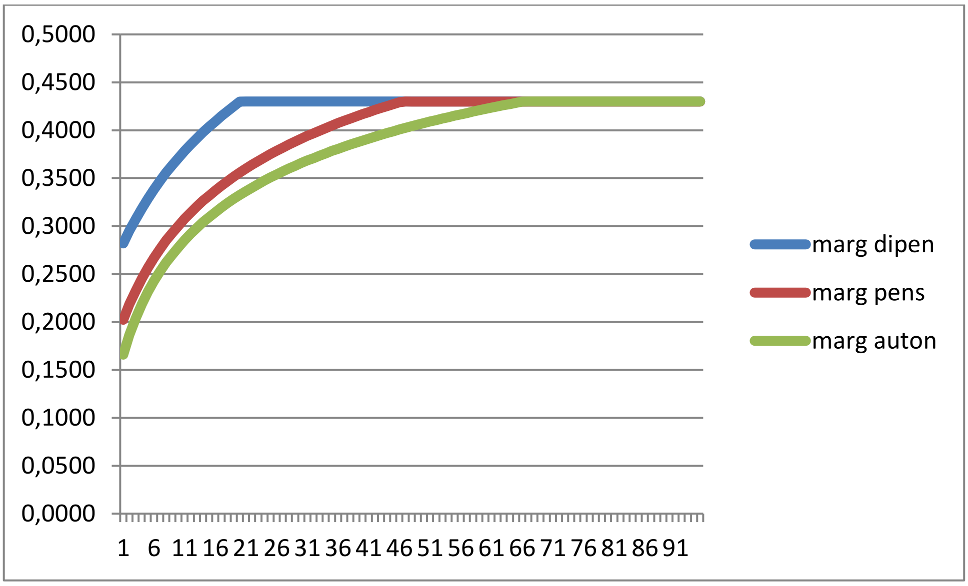


Redditi 1.000-100.000

Come si vede, confrontando la Tavola 15 con la 14, le tre curve ora salgono in modo *smooth* tendendo a convergere; fino ai 45.000 la curva dei dipendenti è significativamente inferiore.

Proprio perché le aliquote marginali tendono a convergere a 43%, a 34.000 per i dipendenti, 54.000 per i pensionati e 71.500 per gli autonomi, le curve marginali sono capovolte rispetto a quelle medie.

Tavola 16 Aliquote marginali LPZ



Redditi 1.000-100.000

Seconda strategia: un'unica funzione e detrazioni (fisse) diversificate

La scelta, effettuata da Longobardi-Pollastri-Zanardi, di differenziare la funzione per le tre tipologie di redditieri porta, come si è visto, ad aliquote medie, ed anche marginali, distinte; in sostanza a tre diverse imposte. I due parametri della funzione sono il livello di reddito minimo e l'elasticità reddito lordo-netto, cui bisogna aggiungere il livello di reddito al quale, raggiunta l'aliquota marginale del 43%, la funzione si interrompe[16].

Un'ipotesi alternativa è quella di avere un'unica funzione continua, con tre differenti detrazioni[17] d'imposta. Pertanto, vi sarà un'unica curva di aliquote marginali per tutti i contribuenti, mentre le aliquote medie si differenziano in quanto i lavoratori dipendenti avranno una detrazione più alta dei pensionati e questi degli autonomi, e ciò è facilmente giustificabile.

Per seguire l'andamento della curva vigente la funzione fratta che sembra preferibile[18] è la

(10) $$tme = 0{,}1Y^{1,18}/(Y^{1,05}+28.000) - D^*/Y$$

Dove D^* è una detrazione del 20% fino a 8.000 e fissa a 1.600 da 8.000 in su. La detrazione è rimborsabile risolvendo l'incongruo sistema del bonus. Le Tavole seguenti confrontano le aliquote medie e marginali della funzione fratta col sistema vigente, dove si vede chiaramente l'eccesso di pressione nella fascia 30.000-50.000.

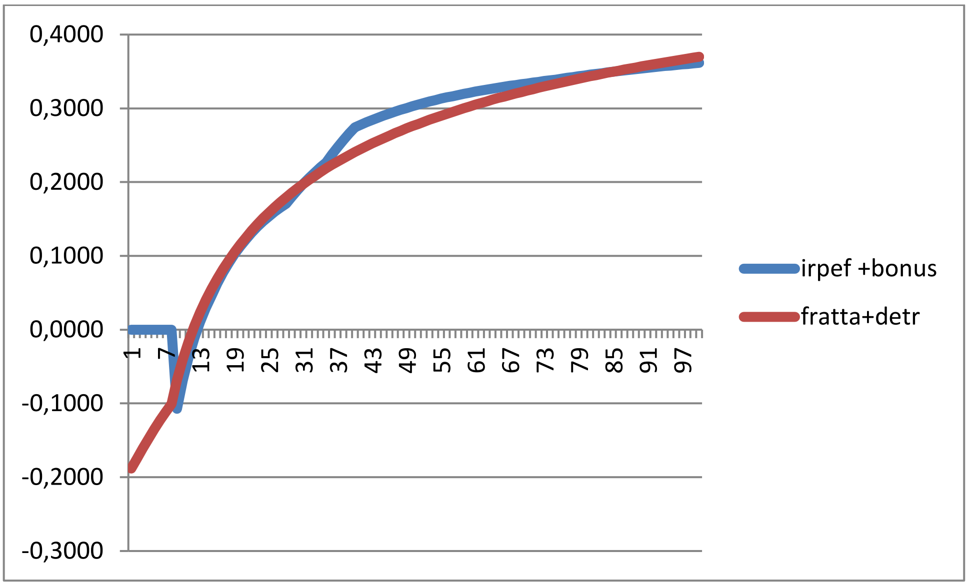
---

[16] Per i dipendenti, avendo una elasticità più bassa, cioè un'imposta più progressiva, l'interruzione avviene a 33.000, mentre i limiti degli altri contribuenti sono più alti, proprio perché, con un'elasticità più alta, l'aliquota marginale cresce meno rapidamente.

[17] Se vi fosse una sola tipologia di redditieri la differenza tra detrazione dall'imposta o deduzione dal reddito imponibile non avrebbe importanza, perché, ritoccando i parametri, le curve delle aliquote medie si possono facilmente sovrapporre. Ma con diverse tipologie agire con le deduzioni significherebbe avere non solo aliquote medie diverse, ma anche aliquote marginali diverse.

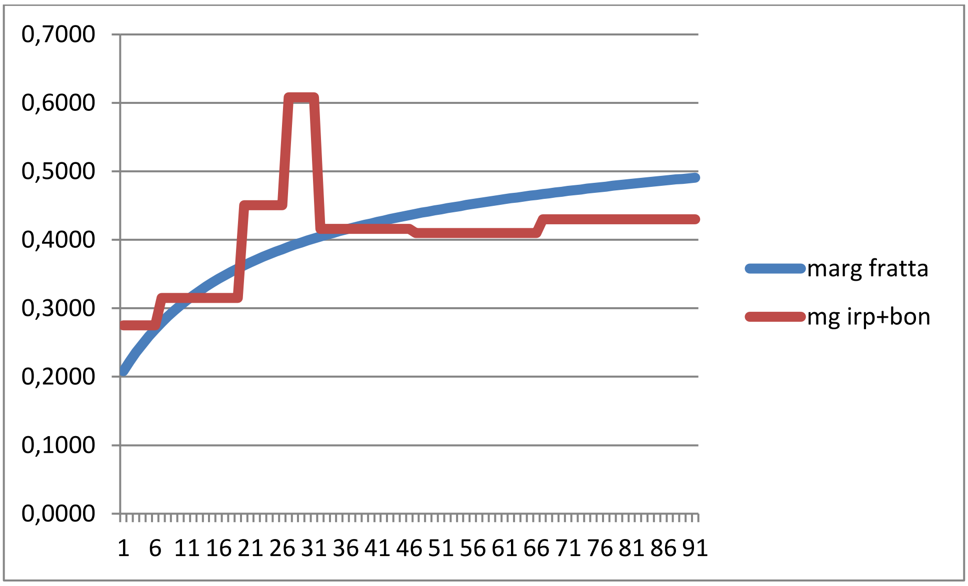
[18] Differenziando le potenze del reddito al numeratore e denominatore si paga il prezzo di dover interrompere la funzione quando l'aliquota marginale arriva ad un livello che si ritiene non superabile. Si rinunzia cioè ad uno dei criteri di Estévez Schwarz-Sommer. D'altra parte, ciò è dovuto all'inclinazione molto accentuata della curva di aliquota media dell'Irpef nei redditi 8.148-40.000.

Tavola 17 Aliquote medie lavoratori dipendenti



Redditi 1.000-100.000

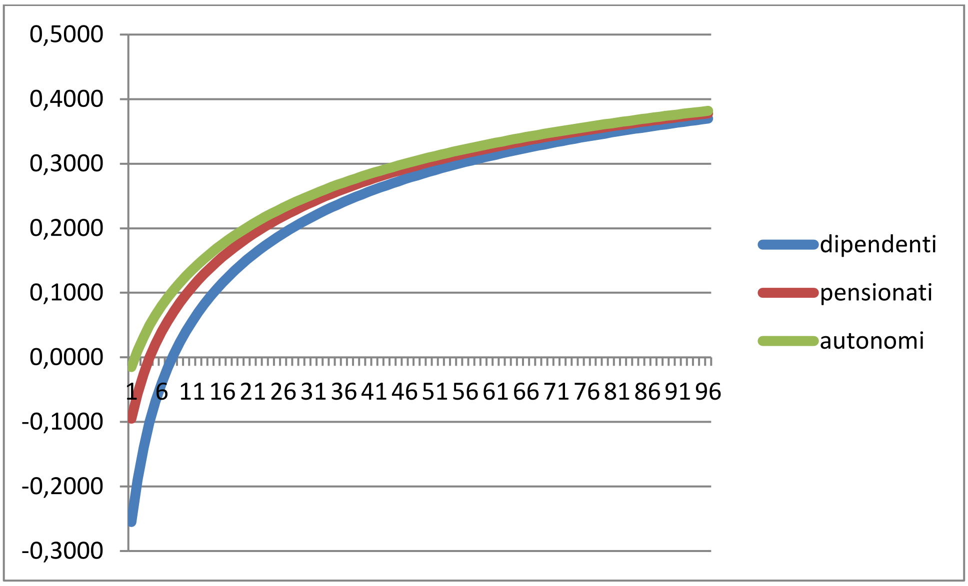
Tavola 18 aliquote marginali lavoratori dipendenti



Redditi 1.000-100.000

La Tavola 19 applica la funzione (10) ai tre tipi di redditieri, con detrazioni di 800 euro per i pensionati e 400 per gli autonomi.

Tavola 19 Le aliquote medie dei tre tipi di redditieri



Redditi 4.000-100.000

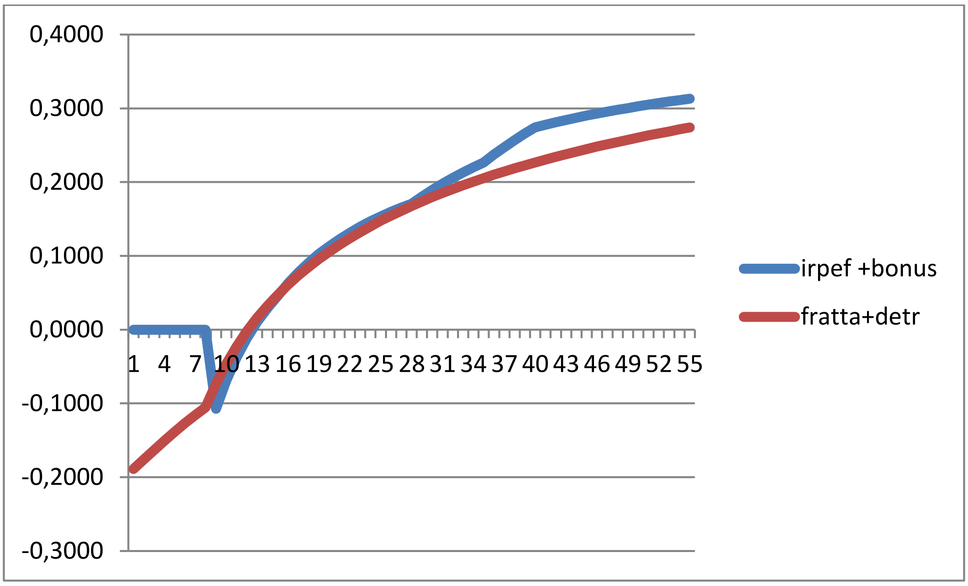
Le distanze in verticali delle curve sono di *800/Y* tra dipendenti e pensionati, e *400/Y* tra pensionati ed autonomi. Le curve tendono a convergere; a 100.000 euro la differenza è molto ridotta, cioè di 0,8% e 0,4% rispettivamente, mentre a 10.000 sono pari di 8% e 4%, quindi percepibili dai contribuenti.

Il problema del reddito a 8.148

Vediamo ora cosa succede nella fascia bassa di reddito, dove a 8.148 euro scatta il bonus "100 euro" quando il lavoratore intasca quasi 1.200 euro (al netto di 1,26 euro di imposta netta).

Se si evidenziano i redditi fino a 55.000 della funzione fratta (10) e dell'Irpef + bonus vigente

Tavola 20 Aliquote medie lavoratori dipendenti



Redditi 1.000-55.000

Fino agli 8.147 la differenza[19] tra le due curve è evidente; lo è meno per i redditi fino a 30.000, dove l'aliquota media della funzione fratta supera, anche se leggermente, quella di Irpef + bonus. La differenza massima si ha, ovviamente, proprio al momento in cui scatta il bonus a 8.147; oltre 400 euro. Certamente si tratta di un'anomalia del sistema vigente ed in particolare del bonus, ma una riforma che penalizzi una rilevante parte dei lavoratori dipendenti è improbabile che venga realizzata da qualunque govrno.

Per evitare questa perdita la detrazione fissa (rimborsabile), che accompagna la funzione, dovrebbe salire a 2.000 euro, ma questo porterebbe ad un aggravio di oltre sei miliardi. Inoltre la differenza tra la detrazione dei lavoratori dipendenti rispetto agli altri contribuenti potrebbe risultare non equa. Una leggera diminuzione del coefficiente della funzione a (es da 0,1 a 0,095) potrebbe risultare più praticabile, anche se estendendo lo sgravio a tutti i contribuenti questo risulterebbe ugualmente costoso.

[19] L'aliquota media torna ad essere maggiore dopo gli 85.000, e la distanza tende ad aumentare, perché in questo caso l'aliquota media non tende ad un valore finito. Se si decide che l'aliquota marginale non può superre il 50%, arrivati a 112.000 la funzione continua dovrebbe interrompersi, col subentrare di un'aliquota costante del 50%.

4. Considerazioni finali

Perché introdurre una funzione continua, "alla tedesca"? La domanda è pertinente, tanto che Gastaldi-Salvemini, che avevano avanzato la proposta nell'ormai lontano 2006, mettevano, per così dire, le mani avanti citando Luigi Einaudi, il quale per forma mentis era quanto mai lontano dai formalismi matematici:

> "Il dottrinario legge in un libro qualunque o immagina egli stesso una scala nuova delle aliquote dell'imposta sul reddito, che gli pare più bella e più razionale di quella vigente, meglio suffragata da una lunga dimostrazione in simboli algebrici ed illico pretende che il ministro delle finanze la facesse sua." (Luigi Einaudi, *Miti e paradossi della giustizia tributaria*, ed 1959, p. 4).

Come si è visto, nella legge istitutiva del 1923 una ragione veniva fornita: i salti di aliquota marginale, che inducono lagnanze tra i contribuenti. Questo può avere rilievo se gli scaglioni sono in numero limitato; certo non valeva nella nostra Irpef all'origine, con i suoi 32 scaglioni. Tuttavia, si può sostenere che la funzione continua, una volta fissati i parametri, produce "automaticamente" le curva delle aliquote medie e marginali, senza l'arbitrarietà insita nel definire il limite del primo scaglione e la sua aliquota, quello del secondo e così via. Con riferimento ad Irpef 1974 si è visto come sia difficile individuare una funzione che segua l'intera curva dell'aliquota media, segno del fatto che la curva sia stata oggetto di una costruzione, si potrebbe dire, artigianale, in cui venivano fissate innanzitutto i livelli dell'aliquota iniziale e di quella finale.

Estévez Schwarz-Sommer sostengono che con una funzione continua "it becomes harder to alter the top marginal tax rate without changing the tax function for lower incomes at the same time". L'argomento è corretto, anche se non andrebbe sottovalutata l'arte di applicare addizionali e simili.

I due autori tedeschi sostengono inoltre che la funzione continua dovrebbe avere un'aliquota massima tendenziale, cui si approssimano sempre più i redditi più alti. In questo modo la funzione coprirebbe tutto l'insieme dei contribuenti, senza interrompersi ad un certo livello del reddito Y^*, per cedere il posto ad un'aliquota costante (pari all'aliquota marginali raggiunta al reddito Y^*). Per simmetria, Estévez Schwarz-Sommer vorrebbero una funzione la cui aliquota marginale parta da zero al livello del reddito minimo (dove quindi l'aliquota media è anch'essa zero). La funzione "composita" $tme = 0{,}5^{(K-X)/(Y-X)}$, citata all'inizio (nota 2), presenta questa caratteristica, ma la funzione ha il difetto di avere aliquote marginali che salgono con derivata seconda positiva, almeno per un tratto significativo[20]. Una variante della funzione (5), senza la presenta del reddito minimo X al numeratore, tme $= aY^b/(Y^b-K)$, presenta invece la caratteristica di avere aliquote marginali che tendono a zero col reddito (ovvero partono da zero e tendono ad a come valore massimo). La detrazione fissa assicura poi che l'aliquota media sia nulla fino ad un certo reddito, anzi, se resa rimborsabile, come imposta negativa, determina aliquote medie negative.

Il fatto che la detrazione sia rimborsabile non serve solo a risolvere il problema del bonus 100 euro, se si vuole riformare l'Irpef vigente in Italia. Rendere il lavoro regolare a bassa remunerazione più attraente ha delle evidenti ragioni di contrasto del lavoro nero. Per evitare comportamenti opportunistici la forma della detrazione dovrebbe essere in percentuale fino ad un ceto livello di reddito, e poi fissa. Non si dovrebbe invece ricorrere a detrazioni decrescenti che fanno nascere aliquote marginali implicite.

Estévez Schwarz-Sommer applicano la loro analisi di sostituzione del sistema vigente con funzione continua a due paesi, Austria e Spagna, caratterizzati da un sistema a scaglione. Insieme al caso tedesco, dove la sostituzione avviene rispetto a due funzioni continue più due scaglioni, in tutti i casi trovano un effetto redistributivo lieve ma uniformly reducing. Applicano il metodo di determinazione della funzione continua anche all'Ungheria, dove invece è in vigore una flat tax al 16%. Trovano che la funzione continua che approssima meglio sia $tme = 0{,}2Y/(Y+2.086)$ che ha, ovviamente, un certo grado di progressività, per cui fino a 8.400 la funzione continua riduce l'aliquota media, mentre dopo l'aumenta. Quindi, come c'era da aspettarsi, è stato introdotto un certo grado di progressività.

Le funzioni continue, dunque, oltre ad evitare i salti d'imposta[21], possiedono

---

[20] E' quello che si verifica con le funzioni logistiche, che hanno curve con derivata seconda positiva fino all'inversione e all'approssimarsi ad un livello limite. Ad esempio, la funzione composita, con K = 34.000 e X = 9.000, già a 16.000 ha un'aliquota marginale che supera il 50%, e a 50.000 è vicina al 100%, che è il livello limite.

[21] E' interessante notare che in Austria i 6 scaglioni (oltre il minimo esente) hanno salti di 10 punti percentuali tra il primo ed il secondo, 7 tra il secondo e terzo, 6 tra terzo e quarto, 2 tra quarto e quinto, 5 tra il quinto e l'ultimo (dopo i 100.000 euro l'aliquota marginale è al 55%). In Spagna invece, con cinque scaglioni, la logica è inversa: 5 punti tra primo e secondo, 6 tra secondo e terzo, 7 tra terzo e quarto, 8 tra quarto ed ultimo (aliquota marginale 45% dopo 60.000).

una naturale “propensione” alla progressività, che le contrappone alle posizioni di coloro che vorrebbero ridurre gli scaglioni (determinando salti di aliquota marginale più sensibili) o introdurre una flat tax.

Estévez Schwarz Diana, Sommer Eric (2018), *Smooth Income Tax Schedules: Derivation and Consequences*, IZA DP n. 11493, Bonn Germany.

Gastaldi Francesca, Salvemini Giancarlo (2006), Una proposta per ridisegnare la curva delle aliquote dell'Ire, *SIEP Working Paper* n. 558.

Longobardi Ernesto, Pollastri Corrado, Zanardi Alberto (2019); Per una riforma dell'IRPEF: la progressività continua dell'aliquota media*, Politica Economica, XXXVI(3), 141-158*.

Visco, V. (2019), Promemoria per una riforma fiscale, *Politica Economica*, *XXXV(1)*, *131-154*.